

<b>Apellidos</b>
<b>Nombre</b>
<b>DNI</b>



Apellidos	<u>Puntuación</u> Ej1
Nombre	Ej2
DNI	TOTAL

## INSTRUCCIONES

- Este cuadernillo contiene:
  - La hoja de control de asistencia a examen (E1 a E2)
  - Estas instrucciones (E3)
  - El conjunto de **4 ejercicios** que constituyen esta prueba (E4 a E12)
  - Adicionalmente, se incluye al final una hoja con un resumen de las expresiones y modelos usados en INEL. Esta hoja puede desgraparla del resto, y no tendrá que entregarla al final.
- Compruebe que su cuadernillo contiene los elementos reseñados y que la **fotocopia resulta clara y legible** en todas sus páginas.
- Comience escribiendo su **nombre, apellidos y DNI** en las casillas de la parte superior de la **página E1**. Esta página debe desgraparla y entregarla cuando el profesor lo requiera.
- Continúe escribiendo de nuevo su **nombre, apellidos y DNI** en las casillas de la parte superior de esta página que está leyendo (**página E3**).
- Al acabar el examen deberá **entregar las páginas E3 a E12 del cuadernillo unidas**, sin desgrapar ni añadir ninguna hoja adicional.
- Para la solución del ejercicio utilice **EXCLUSIVAMENTE los espacios en blanco** a continuación del enunciado de cada ejercicio (**páginas E4 a E12**).
- Utilice un bolígrafo negro o azul** para escribir sus respuestas. No se corregirán pruebas realizadas a lápiz.
- El ejercicio deberá completarse en **2 horas y 45 minutos**.
- A continuación de cada apartado en cada ejercicio se indica la valoración en puntos del mismo.
- Dispondrá de hojas en blanco para la realización de cálculos auxiliares. Ponga su nombre en cada una de estas hojas que use. En ningún caso dichas hojas deberán añadirse al paquete de hojas que constituye la prueba.

**Ejercicio 1.**

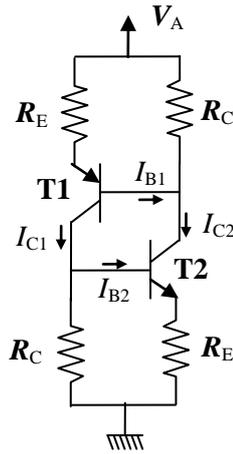


Figura 1

Para el circuito de la figura 1, utilice el modelo aproximado por tramos lineales del transistor en estática con  $V_{EC(sat)1} = V_{CE(sat)2} = 0,2 \text{ V}$ ,  $\beta = 100$ ,  $V_{\gamma E} = 0,7 \text{ V}$ . Suponiendo que ambos transistores están en el mismo estado (ambos en corte, en saturación o en activa), diga si:

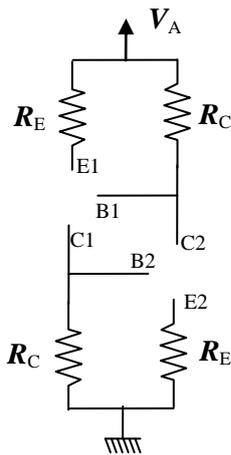
- ambos transistores pueden estar simultáneamente en corte y calcule  $V_{EB1}$ ,  $V_{BE2}$ ,  $V_{BC1}$  y  $V_{CB2}$  con esa hipótesis. **(0,5 p.)**
- ambos transistores pueden estar simultáneamente en activa y calcule  $V_{EC1}$ ,  $V_{CE2}$ ,  $I_{B1}$  e  $I_{B2}$  con esa hipótesis. **(1,0 p.)**
- ambos transistores pueden estar simultáneamente en saturación y calcule  $I_{C1}$ ,  $I_{C2}$ ,  $I_{B1}$  e  $I_{B2}$  con esa hipótesis. **(1,0 p.)**

DATOS:  $V_A = 5 \text{ V}$ ,  $R_C = 2 \text{ k}\Omega$  y  $R_E = 1 \text{ k}\Omega$

En cualquiera de las tres preguntas anteriores debe rellenar los resultados en la tabla y escribir las condiciones que deben cumplirse (si la hipótesis es correcta) para cada una de las variables especificadas.

**SOLUCION DEL EJERCICIO 1**

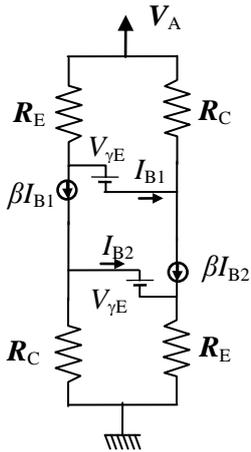
a) Hipótesis: Los dos están en corte.



	$V_{EB1} \text{ (V)}$	$V_{BE2} \text{ (V)}$	$V_{BC1} \text{ (V)}$	$V_{CB2} \text{ (V)}$
resultados	0	0	5	5
condiciones de corte	$<0.7\text{V}$	$<0.7\text{V}$	$<0.5\text{V}$	$<0.5\text{V}$

Hay que comprobar las condiciones de la hipótesis, que son  $V_{EB1} < V_{\gamma E}$ ,  $V_{BE2} < V_{\gamma E}$ , mientras  $V_{BC1} > 0$ ;  $V_{CB2} > 0$ . Del circuito se deduce que  $V_{EB1} = V_{BE2} = 0 < V_{\gamma E}$ , mientras  $V_{BC1} = V_{CB2} = V_A > V_{\gamma C} = V_{\gamma E} - V_{ECE(sat)} = 0.5\text{V}$ . Se cumplen las condiciones de la hipótesis (ambos en corte). Por tanto los dos BJT pueden estar en corte.

b) Hipótesis: Los dos están en activa.



	$I_{B1} (\mu A)$	$I_{B2} (\mu A)$	$V_{EC1} (V)$	$V_{CE2} (V)$
resultados	7.22	7.22	2.84	2.84
condiciones de activa	>0	>0	>0.2V	>0.2V

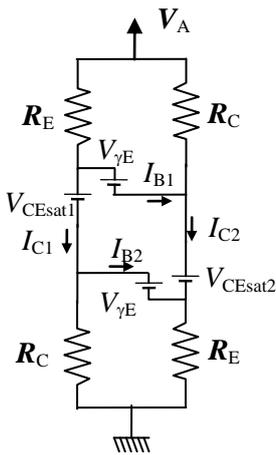
$$R_E(\beta+1) I_{B1} + V_{\gamma E} = (\beta I_{B2} - I_{B1}) R_C$$

$$R_E(\beta+1) I_{B2} + V_{\gamma E} = (\beta I_{B1} - I_{B2}) R_C$$

de estas dos ecuaciones se deduce  $I_{B1} = I_{B2} = V_{\gamma E} / [R_C(\beta - 1) - R_E(\beta + 1)] = 7.22 \mu A$ ,

$V_{EC1} = V_{CE2} = V_A - [R_C(\beta - 1) + R_E(\beta + 1)] I_B = 2.84 V > V_{EC(sat)} = 0.2 V$ . Se cumplen también las condiciones de la hipótesis, que son  $V_{EC1} > V_{EC(sat)}$ ;  $V_{CE2} > V_{EC(sat)}$ ;  $I_{B1} > 0$ ;  $I_{B2} > 0$ . Por tanto los dos BJT pueden también estar en activa.

c) Hipótesis: Los dos están en saturación.



	$I_{B1} (mA)$	$I_{B2} (mA)$	$I_{C1} (mA)$	$I_{C2} (mA)$
resultados	0.34	0.34	1.71	1.71
condiciones de saturación	>0	>0	$< \beta I_{B1}$	$< \beta I_{B2}$

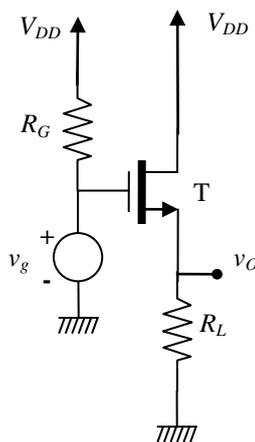
Cuyo resultado es  $I_{C1} = I_{C2} = [(V_A - V_{CE(sat)})(R_C + R_E) - V_{\gamma E}(R_C - R_E)] / (4 R_C R_E) = 1.71 mA$ ,

$I_{B1} = I_{B2} = [(V_A - V_{CE(sat)})(R_C - R_E) - V_{\gamma E}(R_C + R_E)] / (4 R_C R_E) = 0.34 mA > 1.71 / \beta$ .

Se cumplen también las condiciones de la hipótesis, que son  $\beta I_{B1} > I_{C1}$ ;  $\beta I_{B2} > I_{C2}$ ;  $I_{B1} > 0$ ;  $I_{B2} > 0$ . Por tanto los dos BJT pueden también estar en saturación.

**Ejercicio 2.** La figura 3.1 muestra un circuito con transistor MOSFET de depleción (NORMAL ON) excitado por el generador de señal  $v_g$ , que funciona en régimen de cuasi-estática y pequeña señal. Se le pide:

- Calcular el valor de la resistencia  $R_L$  necesario para que en polarización el transistor opere en saturación (es decir, activa) con  $I_D = 2 \text{ mA}$ , comprobando que opera en dicho estado. **(0,75 p.)**
- Calcular el valor del parámetro de pequeña señal  $g_m$  del transistor **(0,25 p.)**
- Dibujar el circuito equivalente de pequeña señal **(0,75 p.)**
- Calcular la ganancia de tensión del circuito,  $v_o/v_g$  **(0,75 p.)**



DATOS:

$$V_{DD} = 10 \text{ V}; R_G = 10 \text{ k}\Omega;$$

Para el MOSFET :

$$V_T = -5 \text{ V}; \kappa = 2 \text{ mA/V}^2$$

Figura 3.1

### SOLUCIÓN EJERCICIO 3

- a) Como en polarización anulamos el generador de pequeña señal,  $V_G=0$  y  $V_S=I_D R_L$ , por lo que:

$$V_{GS} = -I_D R_L \Rightarrow I_D = \kappa (-I_D R_L - V_T)^2$$

$$R_L = \frac{V_T + \sqrt{\frac{I_D}{\kappa}}}{-I_D} = \frac{-5 + 1}{-2} = 2 \text{ k}\Omega$$

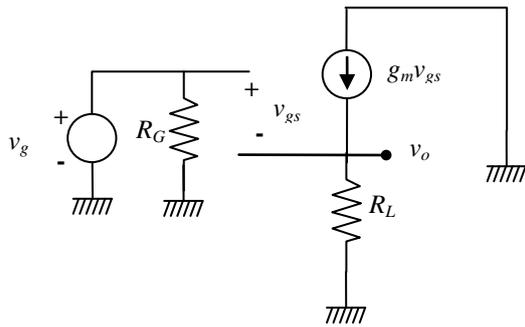
Comprobamos el estado:

$$V_{GS} = -I_D R_L = -4 \text{ V} > -5 \text{ V} = V_T$$

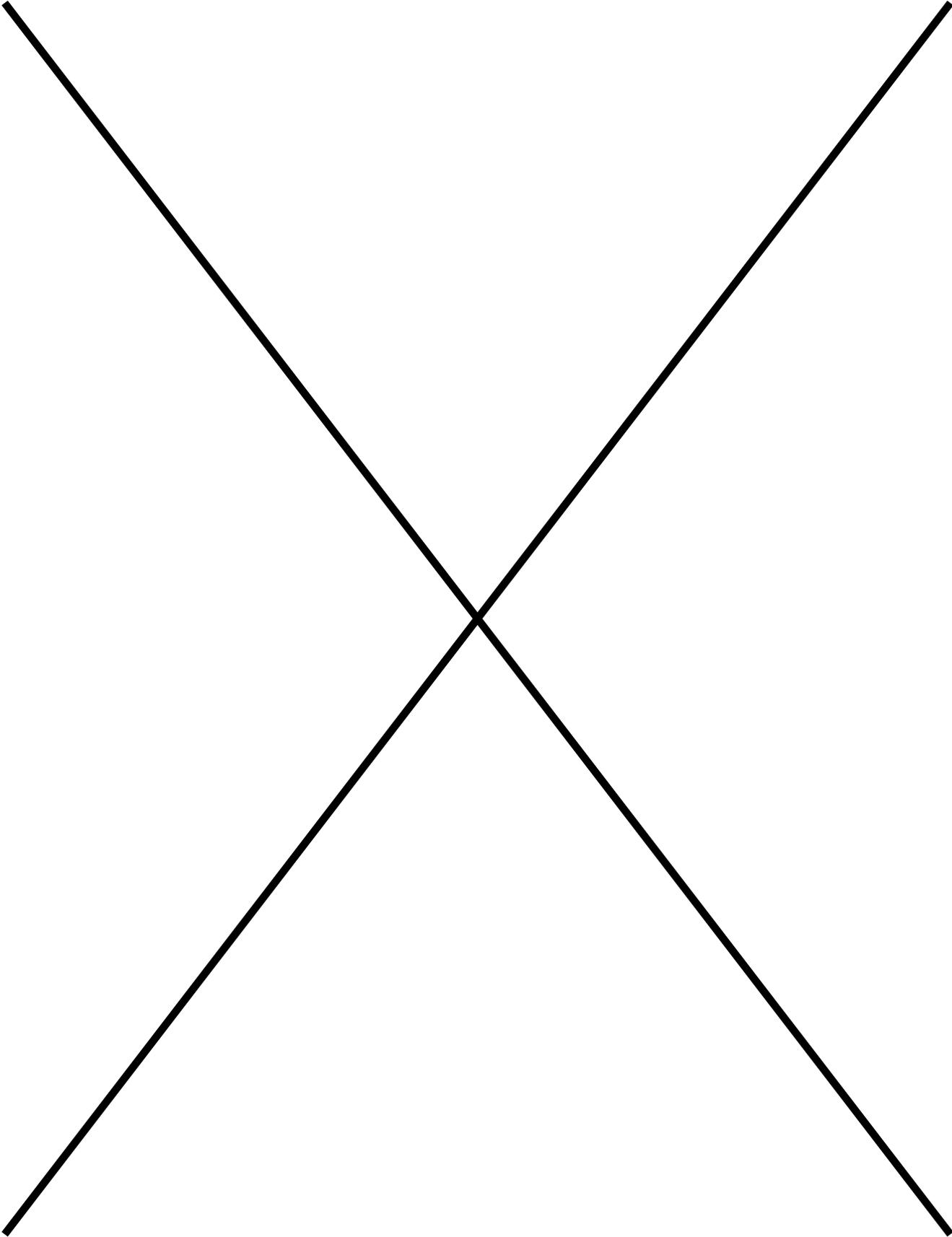
$$V_{DS} = V_{DD} - I_D R_L = 10 \text{ V} - 4 \text{ V} = 6 \text{ V} > V_{DS,SAT} = V_{GS} - V_T = 1 \text{ V}$$

b)  $g_m = 2\kappa(V_{GS} - V_T) = 4 \text{ mS}$

c)



$$d) \left. \begin{array}{l} v_{gs} = v_g - v_o \\ v_o = g_m v_{gs} R_L \end{array} \right\} \Rightarrow v_o = g_m (v_g - v_o) R_L \Rightarrow \frac{v_o}{v_g} = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L} = 0,89$$



<b>Apellidos</b>	<b><u>Puntuación</u></b> <b>Ej1</b>
<b>Nombre</b>	<b>Ej2</b>
<b>DNI</b>	<b>TOTAL</b>

**Ejercicio 3.** Una célula solar tiene el circuito equivalente que se ve en la Figura 3.1 y obedece la ecuación  $I$ - $V$ :

$$I = I_{L1} - I_{01} \left( \exp\left(\frac{V}{V_t}\right) - 1 \right)$$

$I_{L1}$  es la corriente fotogenerada e  $I_{01}$  la corriente de saturación. Con  $N=36$  células idénticas conectadas en serie se construye un módulo fotovoltaico como se sugiere en la Figura 3.2. El módulo en su conjunto cumple una ecuación  $i$ - $v$  similar:

$$I = I_L - I_0 \left( \exp\left(\frac{V}{mV_t}\right) - 1 \right)$$

a) Determine el valor de  $I_L$ ,  $I_0$  y  $m$  en función de  $I_{L1}$ ,  $I_{01}$  y  $N$  **(1,0 p.)**

En la misma figura, se ve el módulo conectado a una batería de voltaje  $V_B = 16$  V. Para que el módulo recargue la batería la corriente  $I$  debe ser positiva; sin embargo, para valores pequeños de  $I_L$ ,  $I$  es negativa y la batería se descarga a través del módulo.

b) ¿Cuál es la mínima  $I_L$  para la que el módulo recarga la batería,  $I_{Lmin}$ ? **(0,8 p.)**

c) Para una  $I_L$  diez veces la anterior, calcule la corriente y la potencia entregadas por el módulo. **(0,7 p.)**

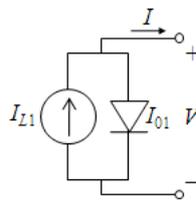


Figura 3.1

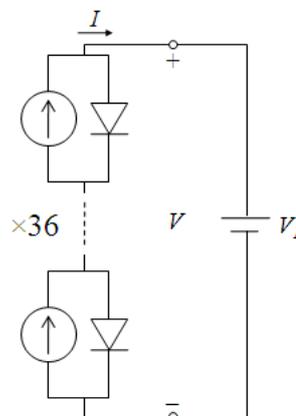


Figura 3.2

DATOS:  $I_{01} = 10^{-9}$  A;  $V_t = 25$  mV

### SOLUCION DEL EJERCICIO 3

a) Por estar las células en serie, el voltaje del módulo es la suma de los voltajes de cada una y la corriente es igual para todas e igual a la del módulo:

$$V = V_1 + \dots + V_{36}; I = I_1 = \dots = I_{36}$$

Las células son iguales y están recorridas por la misma corriente, por lo que su voltaje es el mismo:

$$V_1 = \dots = V_{36} \Rightarrow V = 36V_1$$

Sustituyendo en la relación  $I$ - $V$  para, por ejemplo, la primera célula:

$$I_1 = I_{L1} - I_{01} \left( \exp\left(\frac{V_1}{V_t}\right) - 1 \right) \Rightarrow I = I_{L1} - I_{01} \left( \exp\left(\frac{V}{36V_t}\right) - 1 \right)$$

Comparando con la fórmula del enunciado para el módulo, vemos que  $I_L = I_{L1}, I_0 = I_{01}, m = N = 36$

b) Sería aquella corriente fotogenerada para la que cuando  $v = V_B, i = 0$ :

$$0 = I_{L\min} - I_0 \left( \exp\left(\frac{V_B}{mV_t}\right) - 1 \right) \Rightarrow I_{L\min} = I_0 \left( \exp\left(\frac{V_B}{mV_t}\right) - 1 \right) = 52,3 \text{ mA}$$

$$\text{c) } I = 10I_{L\min} - I_0 \left( \exp\left(\frac{V_B}{mV_t}\right) - 1 \right) = 473 \text{ mA}; P = I \times V = 7,57 \text{ W}$$

**Ejercicio 4.** El circuito digital de la figura 4.1 se utiliza como etapa rectificadora. La señal que se le aplica es la representada en la figura 4.2. Se le pide:

- Para  $t < 0$ , calcule la corriente  $i_D$  en el circuito, la tensión a la salida  $v_O$  y deduzca el estado del diodo. **(0,5 p)**
- En el instante  $t = 0$ ,  $v_I$  pasa a valer  $V_L$ . Indique el valor de la tensión de salida  $v_O$  y el estado del diodo en  $t = 0^+$  **(0,5 p)**
- Calcule la expresión de la tensión en el condensador para  $t > 0$ ,  $v_O(t)$ . **(0,75 p)**
- Calcular el tiempo que tarda  $v_O(t)$  en alcanzar el valor de 0,5 V. **(0,75 p)**

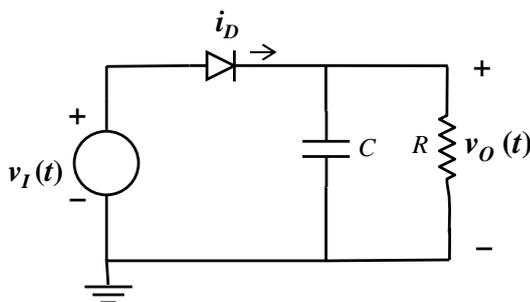


Figura 4.1

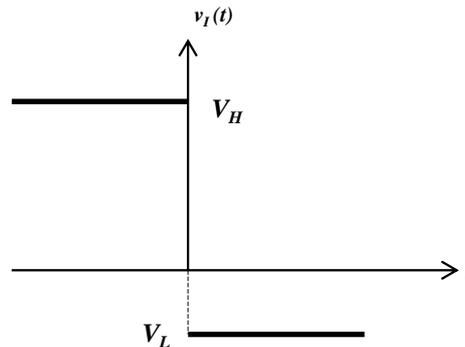


Figura 4.2

DATOS:

Modelo lineal por tramos del diodo:  $V_\gamma = 0,7 \text{ V}$ ,  $r_f = 10 \Omega$ ,  
 $R = 100 \Omega$ ,  $V_H = 5 \text{ V}$ ,  $V_L = -2 \text{ V}$ ,  $C = 100 \text{ nF}$ .

#### SOLUCIÓN DEL EJERCICIO 4

- Para  $t < 0$ ,  $v_I = V_H$ , el circuito se encuentra en estado estacionario, el condensador se comporta como un circuito abierto. Suponiendo el diodo en ON:

$$V_I = V_D + V_O = V_\gamma + I_D r_f + I_D R \Rightarrow I_D = \frac{V_H - V_\gamma}{R + r_f} = 39,1 \text{ mA} > 0, \text{ luego efectivamente el diodo está en}$$

ON,

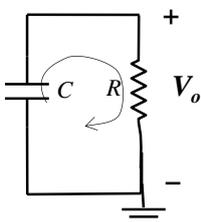
$$V_D = V_\gamma + I_D r_f = 1,09 \text{ V}, V_O = RI = 3,9 \text{ V}$$

- La tensión en el condensador no varía instantáneamente; por lo que:

$$v_O(t = 0^+) = v_O(t = 0^-) = 3,9 \text{ V}$$

$$v_I = V_L = V_D + v_O \Rightarrow v_D = V_L - v_O = -2 - 3,9 = -5,9 \text{ V} < 0,7 \text{ V} = V_\gamma, \text{ luego el diodo se encuentra en OFF.}$$

- Para  $t > 0$ , el condensador que está en  $t = 0^+$  a 3,9 V se descarga a través de la resistencia R con el diodo en OFF.



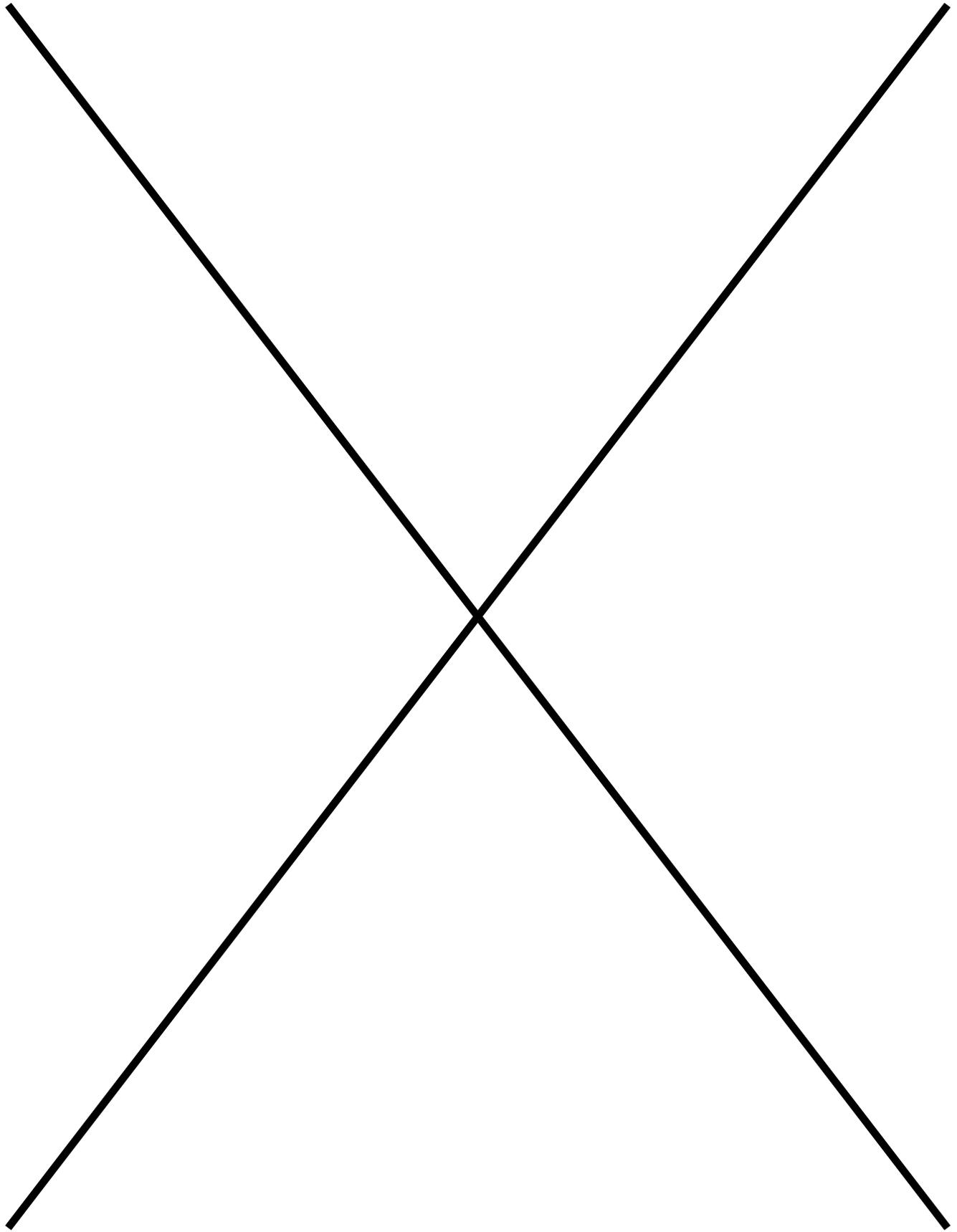
$$i_c = -v_O/R, \text{ por lo tanto } RC \frac{dv_O}{dt} + v_O = 0, \text{ y resolviendo la ecuación se obtiene: } v_O(t) = A \cdot e^{-t/RC}$$

$$\text{Aplicando la condición inicial } V_O(t = 0) = 3,9 \text{ V se obtiene: } A = 3,9 \text{ V}$$

Y por tanto  $v_o(t) = 3,9 \cdot e^{-t/RC}$  V

d) Así el nivel de 0,5 V se alcanza en el instante:

$$0,5 \text{ V} = 3,9 \cdot e^{-t/RC} \Rightarrow t = R \cdot C \ln(3,9/0,5) = 20,6 \mu\text{s}$$



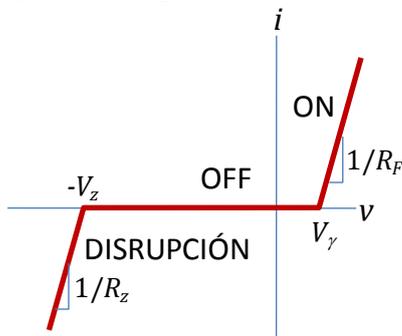
## DIODO

Ecuación de Shockley:  $i_D = I_{SAT} \left( \exp\left(\frac{v_D}{V_t}\right) - 1 \right)$

$V_t = \frac{k_B T}{q}$ ,  $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ ,  $q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $V_t(T = 290 \text{ K}) = 25 \text{ mV}$ ,  $1 \text{ eV} = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

$I_{SAT} \propto An_i^2 \propto A \exp\left(-\frac{E_G}{k_B T}\right)$ , siendo  $A$  el área del diodo y  $E_G$  la energía de enlace del semiconductor.

Modelo aproximado por tramos lineales para gran señal y casi-estática:



Diodo ON:  $v_D = V_Y + i_D R_F$  para  $i_D \geq 0$

Diodo OFF:  $i_D = 0$  para  $-V_Z \leq v_D \leq V_Y$

Disrupción:  $v_D = -V_Z + i_D R_Z$  para  $i_D \leq 0$

Diodo en pequeña señal y casi-estática:  $i_d = v_d / r_d(I_D)$ , siendo  $r_d \equiv \left. \frac{dv_D}{di_D} \right|_{I_D} = \frac{V_t}{I_D + I_{SAT}}$

## TRANSISTOR BIPOLAR

Ecuaciones de Ebers-Moll.

Transistor npn (para pnp: sustituir  $v_{BE}$  por  $v_{EB}$  y  $v_{BC}$  por  $v_{CB}$ ):

$$i_E = I_{ES} \left( \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right) - 1 \right) - \alpha_R I_{CS} \left( \exp\left(\frac{v_{BC}}{V_t}\right) - 1 \right)$$

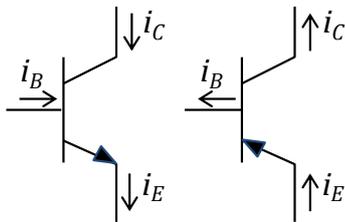
$$i_C = \alpha_F I_{ES} \left( \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right) - 1 \right) - I_{CS} \left( \exp\left(\frac{v_{BC}}{V_t}\right) - 1 \right)$$

$$\alpha_F I_{ES} = \alpha_R I_{CS}; \beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}$$

En MODO ACTIVO DIRECTO de funcionamiento:

$$i_E = I_{ES} \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_t}\right)$$

$$i_C = \alpha_F i_E = \beta_F i_B$$

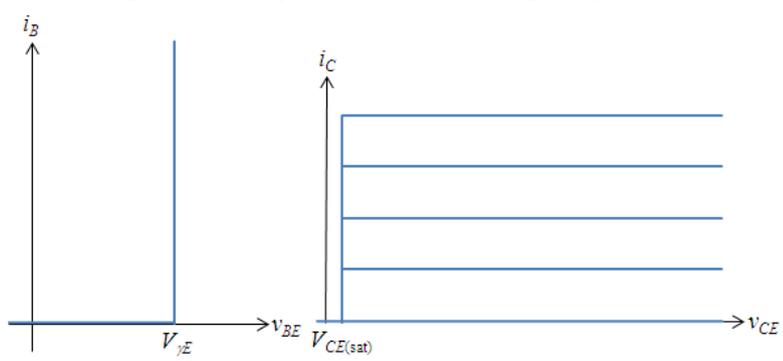


Efecto Early. Dependencia de la corriente de colector en activa directa de la tensión  $v_{CE}$ :

$$i_C(i_B, v_{CE}) = i'_C(i_B) \left( 1 + \frac{v_{CE}}{V_A} \right)$$

donde  $i'_C(i_B)$ : corriente ignorando el efecto Early;  $V_A$ : tensión Early. Para pnp, sustituir  $v_{CE}$  por  $v_{EC}$ .

Modelo aproximado por tramos lineales para gran señal y casi-estática:



Para npn, con  $V_{CE(sat)} = V_{YE} - V_{YC}$ :

ACTIVA DIRECTA:  $v_{BE} = V_{YE}$ ,

$$i_C = \beta_F i_B$$

para  $i_B \geq 0, v_{CE} \geq V_{CE(sat)}$

SATURACIÓN:

$$v_{BE} = V_{YE}, v_{CE} = V_{CE(sat)}$$

para  $i_B \geq 0, -(\beta_R + 1)i_B \leq i_C \leq \beta_F i_B$

CORTE:  $i_B = 0, i_C = 0$

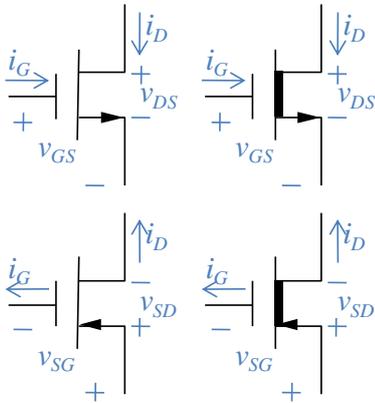
para  $v_{BE} \leq V_{YE}, v_{BC} \leq V_{YC}$

Para pnp, sustituir  $v_{BE}, v_{BC}, v_{CE}, V_{CE(sat)}$  por  $v_{EB}, v_{CB}, v_{EC}, V_{EC(sat)}$ , respectivamente.

Transistor en pequeña señal y casi-estática. Transistor npn:  $v_{be} = i_b r_{\pi}; i_c = \beta i_b + v_{ce}/r_o$ , con  $r_{\pi} = V_t/I_B; r_o = (V_A + V_{CE})/I_C$ . Para pnp, sustituir  $v_{be}, v_{ce}, V_{CE}$  por  $v_{eb}, v_{ec}, V_{EC}$ , respectivamente.

## TRANSISTOR MOSFET

### Características estáticas.



Para transistor de canal n (con  $v_{DS} \geq 0$ ):

En CORTE ( $v_{GS} < V_T$ ):

$$i_D = 0$$

En SATURACIÓN (ACTIVA DIRECTA) ( $v_{GS} \geq V_T, v_{DS} \geq v_{GS} - V_T$ ):

$$i_D = \kappa(v_{GS} - V_T)^2$$

En REGIÓN GRADUAL ( $v_{GS} \geq V_T; v_{DS} \leq v_{GS} - V_T$ ):

$$i_D = \kappa(2(v_{GS} - V_T) - v_{DS})v_{DS}$$

En todas las regiones,  $i_G = 0$

Para canal p, sustituir  $v_{GS}$  por  $v_{SG}$  y  $v_{DS}$  por  $v_{SD}$

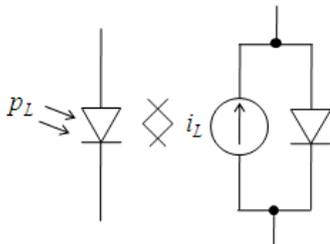
Efecto de modulación de la longitud del canal. Dependencia de la corriente de drenador en saturación de la tensión  $v_{DS}$ :

$$i_D(v_{GS}, v_{DS}) = i'_D(v_{GS}) \left(1 + \frac{v_{DS}}{V_A}\right)$$

Donde  $i'_D(v_{GS})$  es la corriente ignorando el efecto y  $V_A$  un parámetro del transistor. Para pnp, sustituir  $v_{GS}, v_{DS}$  por  $v_{SG}, v_{SD}$ .

Transistor en pequeña señal y casi-estática. Transistor de canal n:  $i_g = 0; i_d = g_m v_{gs} + v_{ds}/r_o$ , con  $g_m = 2\kappa(V_{GS} - V_T); r_o = (V_A + V_{DS})/I_D$ . Para canal p, sustituir  $v_{gs}, v_{ds}, V_{DS}$  por  $v_{sg}, v_{sd}, V_{SD}$ , respectivamente.

## FOTODIODO O CÉLULA SOLAR



$i_L = S \times p_L = S \times A \times G$ .  $S$  es la sensibilidad del dispositivo,  $p_L$  la potencia luminosa incidente,  $A$  su área y  $G$  la irradiancia o potencia luminosa por unidad de área.

## DIODO LED

$p_L = B \times i_D$ , donde  $p_L$ : potencia luminosa emitida;  $i_D$ : corriente por el diodo;  $B$ : parámetro del LED.

## ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL DE PRIMER ORDEN Y COEFICIENTES CONSTANTES

$$A = y(t) + \tau \frac{dy}{dt} \left. \begin{array}{l} y(t) = y_0 + (A - y_0) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \\ y(0) = y_0 \end{array} \right\}$$